

In[1]:=

Moran's I for Newport Census Tracts

MAT115H, Fall, 2015

Andy Long

This is median income for the Newport census tracts:

19779 ;; 501

51071 ;; 504

28507 ;; 505

24538 ;; 506

37917 ;; 524

55711 ;; 525

37772 ;; 532

In[2]:= **data** = {19 779, 51 071, 28 507, 24 538, 37 917, 55 711, 37 772}

(* mean-center the data: *)

z = 1.0 **data** - **Mean**[**data**]

Out[2]= {19 779, 51 071, 28 507, 24 538, 37 917, 55 711, 37 772}

Out[3]= {-16 691.7, 14 600.3, -7963.71, -11 932.7, 1446.29, 19 240.3, 1301.29}

In[4]:= **mat** = {{0, 0, 0, 1, 0, 0, 1}, {0, 0, 1, 0, 1, 0, 1}, {0, 1, 0, 1, 1, 1, 1},

{1, 0, 1, 0, 0, 1, 0}, {0, 1, 1, 0, 0, 1, 0}, {0, 0, 1, 1, 1, 0, 0}, {1, 1, 1, 0, 0, 0, 0}}

Out[4]= {{0, 0, 0, 1, 0, 0, 1}, {0, 0, 1, 0, 1, 0, 1}, {0, 1, 0, 1, 1, 1, 1},

{1, 0, 1, 0, 0, 1, 0}, {0, 1, 1, 0, 0, 1, 0}, {0, 0, 1, 1, 1, 0, 0}, {1, 1, 1, 0, 0, 0, 0}}

In[5]:= **f**[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] := **Dot**[{**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**, -**a1** - **a2** - **a3** - **a4** - **a5** - **a6**},

mat, {**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**, -**a1** - **a2** - **a3** - **a4** - **a5** - **a6**}]

g[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] := **Dot**[{**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**, -**a1** - **a2** - **a3** - **a4** - **a5** - **a6**},

{**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**, -**a1** - **a2** - **a3** - **a4** - **a5** - **a6**}]

In[7]:= **fa1**[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] = **D**[**f**[**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**], **a1**]

fa2[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] = **D**[**f**[**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**], **a2**]

fa3[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] = **D**[**f**[**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**], **a3**]

fa4[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] = **D**[**f**[**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**], **a4**]

fa5[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] = **D**[**f**[**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**], **a5**]

fa6[**a1_**, **a2_**, **a3_**, **a4_**, **a5_**, **a6_**] = **D**[**f**[**a1**, **a2**, **a3**, **a4**, **a5**, **a6**], **a6**]

Out[7]= -4 **a1** - 4 **a2** - 4 **a3** - 2 **a5** - 2 **a6**

Out[8]= -4 **a1** - 4 **a2** - 2 **a3** - 2 **a4** - 2 **a6**

Out[9]= -4 **a1** - 2 **a2** - 4 **a3**

Out[10]= -2 **a2** + 2 **a6**

Out[11]= -2 **a1** + 2 **a6**

Out[12]= -2 **a1** - 2 **a2** + 2 **a4** + 2 **a5**

```

In[13]:= ga1[a1_, a2_, a3_, a4_, a5_, a6_] = D[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6], a1]
ga2[a1_, a2_, a3_, a4_, a5_, a6_] = D[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6], a2]
ga3[a1_, a2_, a3_, a4_, a5_, a6_] = D[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6], a3]
ga4[a1_, a2_, a3_, a4_, a5_, a6_] = D[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6], a4]
ga5[a1_, a2_, a3_, a4_, a5_, a6_] = D[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6], a5]
ga6[a1_, a2_, a3_, a4_, a5_, a6_] = D[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6], a6]

Out[13]= 2 a1 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6)

Out[14]= 2 a2 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6)

Out[15]= 2 a3 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6)

Out[16]= 2 a4 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6)

Out[17]= 2 a5 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6)

Out[18]= -2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6) + 2 a6

In[19]:= Simplify[fa1[a1, a2, a3, a4, a5, a6] - a * ga1[a1, a2, a3, a4, a5, a6] == 0]
fa2[a1, a2, a3, a4, a5, a6] == a * ga2[a1, a2, a3, a4, a5, a6]
fa3[a1, a2, a3, a4, a5, a6] == a * ga3[a1, a2, a3, a4, a5, a6]
fa4[a1, a2, a3, a4, a5, a6] == a * ga4[a1, a2, a3, a4, a5, a6]
fa5[a1, a2, a3, a4, a5, a6] == a * ga5[a1, a2, a3, a4, a5, a6]
fa6[a1, a2, a3, a4, a5, a6] == a * ga6[a1, a2, a3, a4, a5, a6]

Out[19]= 2 (1 + a) a1 + (2 + a) a2 + 2 a3 + a a3 + a a4 + a5 + a a5 + a6 + a a6 == 0

Out[20]= -4 a1 - 4 a2 - 2 a3 - 2 a4 - 2 a6 == a (2 a2 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6))

Out[21]= -4 a1 - 2 a2 - 4 a3 == a (2 a3 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6))

Out[22]= -2 a2 + 2 a6 == a (2 a4 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6))

Out[23]= -2 a1 + 2 a6 == a (2 a5 - 2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6))

Out[24]= -2 a1 - 2 a2 + 2 a4 + 2 a5 == a (-2 (-a1 - a2 - a3 - a4 - a5 - a6) + 2 a6)

In[25]:= (* Solve[g[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==1
&&fa1[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==a*ga1[a1,a2,a3,a4,a5,a6]
&&fa2[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==a*ga2[a1,a2,a3,a4,a5,a6]
&&fa3[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==a*ga3[a1,a2,a3,a4,a5,a6]
&&fa4[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==a*ga4[a1,a2,a3,a4,a5,a6]
&&fa5[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==a*ga5[a1,a2,a3,a4,a5,a6]
&&fa6[a1,a2,a3,a4,a5,a6]==a*ga6[a1,a2,a3,a4,a5,a6]
,{a1,a2,a3,a4,a5,a6,a},Reals] *)

In[26]:= Simplify[f[a1, a2, a3, a4, a5, a6]]
Simplify[g[a1, a2, a3, a4, a5, a6]]

Out[26]= -2 (a1^2 + a2^2 + a3^2 - a4 a6 - a5 a6 + a2 (a3 + a4 + a6) + a1 (2 a2 + 2 a3 + a5 + a6))

Out[27]= a1^2 + a2^2 + a3^2 + a4^2 + a5^2 + a6^2 + (a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6)^2

```

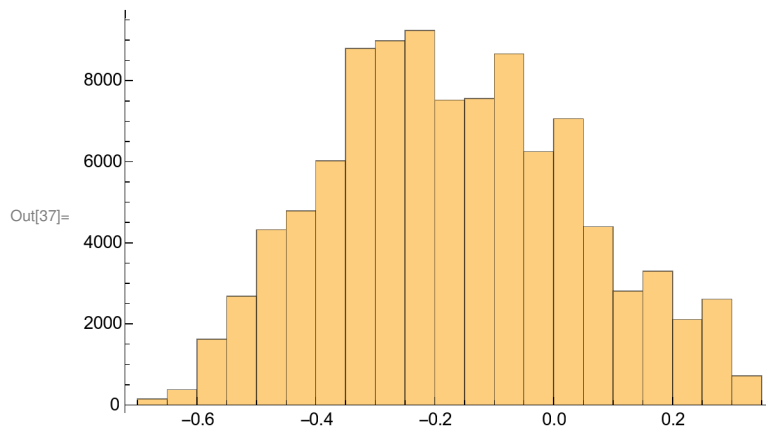
```
In[38]:= MI[data_, mat_] :=
  Module[{z = 1.0 data - Mean[data]},
    z = z / Norm[z];
    Length[z] * Dot[z, mat, z] / Total[Total[mat]]
  ]
```

```
In[41]:= MI[data, mat]
```

```
Out[41]= -0.107215
```

```
In[40]:= Samples = Table[MI[RandomSample[data], mat], 100 000];
```

```
In[37]:= Histogram[Samples]
```



```
In[42]:= QuantilePlot[Samples]
```

